

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

**CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES**

Durée :2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com> )

**Exercice4** : (4pts) : (1pt+1,5pt+1,5pt) Soit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par : 
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

1) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} : 1 < u_n < 3$

2) a) Vérifier que :  $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4} : \forall n \in \mathbb{N}$

b) Déduire la monotonie de la suite  $(u_n)$

3) Soit la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

a) Montrer que :  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique et donner sa raison  $q$

b) Ecrire  $v_n$  et  $u_n$  en fonction de  $n$

4) On pose :  $s_n = \sum_{k=0}^n v_k$  et  $T_n = \sum_{k=0}^n \frac{3}{u_k + 2}$

a) Exprimer  $s_n$  en fonction de  $n$

b) Vérifier que :  $\forall n \in \mathbb{N} : 1 - v_n = \frac{3}{u_n + 2}$

b) Déduire :  $T_n$  en fonction de  $n$

**PROF: ATMANI NAJIB** C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

