

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice3 : (9pts) : (1pt×9) Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n} & \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : 1 < u_n < 3$

2) a) Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 3)}{5 - u_n} : \forall n \in \mathbb{N}$

b) Dédire la monotonie de la suite (u_n)

c) Dédire que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n \geq 2$

3) Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$

a) Montrer que : $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique et donner sa raison q

b) Dédire : v_n puis u_n en fonction de n

4) a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(u_n - 1)$

b) Dédire que : $\forall n \in \mathbb{N} ; 0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

PROF: ATMANI NAJIB C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



Fait

Exercice2 : (4pts) (1pt+1pt+1pt+1pt)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_{n+1} = f(u_n) \forall n \in \mathbb{N}$ et $u_0 \geq 0$ avec : $f(x) = x^2 + \frac{3}{16}$

1) Étudier f et le signe de $f(x) - x$

2) On suppose : $u_0 \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$ Montrer que $u_n \in \left[0; \frac{1}{4}\right] \forall n \in \mathbb{N}$, puisque (u_n) est croissante.

3) On suppose : $u_0 \in \left[\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right]$. Montrer que (u_n) est décroissante et minorée.

4) On suppose : $u_0 > \frac{3}{4}$; Montrer que (u_n) est croissante.

Exercice1 : (7 pts) (1pt+1pt+1pt+1,5pt+1pt+1,5pt)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 4 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x \sin x + 3 \sin^2 x - 4$

1) Montrer que f est périodique de période π

2) Montrer que : $f(x) = 2 \sin x \times \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

3) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2}$

4) Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis déduire la valeur exacte de : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

5) Résoudre dans $[0, \pi]$: $f(x) = 0$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

6) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'inéquation : $f(x) \leq 0$