http://www.xriadiat.com **DS3: H** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (3pts) $(1\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt})$

On pose : $A=\sin\frac{\pi}{9}\times\sin\frac{2\pi}{9}\times\sin\frac{3\pi}{9}\times\sin\frac{4\pi}{9}$

1) Monter que : $\sin\frac{\pi}{9}\times\sin\frac{4\pi}{9}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\cos\frac{5\pi}{9}\right)$

2) Monter que : $\cos\frac{5\pi}{9}\times\sin\frac{2\pi}{9}=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{7\pi}{9}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

3) En déduire que : $A=\frac{3}{16}$

Exercice2 : $(3{,}5\text{pts})$: $(2\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $A(x)=\sin^4 x+\cos^4 x+\frac{1}{2}\sin^2(2x)$

1) Montrer que : $A(x)$ est un réel constant

2) Résoudre dans $]-\pi,\pi[$ l'équation : $\sin^4 x+\cos^4 x=\frac{1}{2}$

Exercice3 : (3pts) : $(1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$;Soit $x\in\left]0\ ;\ \frac{\pi}{3}\right[$ et on pose : $F(x)=\frac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{\cos x\sin x}$

1) Montrer que : $F(x)=4\frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)}{\sin 2x}$

3) En déduire que : $F\left(\frac{\pi}{18}\right)=4$

Exercice4 : (4pts) : $(1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0\in[0,1]$ et : $u_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n+1}{2}}$;$\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $0\le u_n\le 1$

2) Montrer que :la suite (u_n) est croissante.

3) On pose : $u_0=\cos\theta$ avec : $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

Montrer que : $u_n=\cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$; $\forall n\in\mathbb{N}$

Exercice5 : (3pts) : $(0{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1\text{pt})$

Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique de termes strictement négatifs de raison q :

1) Déterminer le signe de q

2) Calculer : u_0 et u_1 si on a : $\begin{cases}u_0+u_1=-10\\ u_0\times u_1=16\end{cases}$

3) Ecrire u_n en fonction de n

Exercice6 : $(3{,}5\text{pts})$: $(1\text{pt}+1\text{pt}+0{,}5\text{pt}+0{,}5\text{pt}+0{,}5\text{pt})$

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases}u_{n+1}=\frac{7u_n-25}{u_n-3}\ ;\ \forall n\in\mathbb{N}\\ u_0=2\end{cases}$

1) Montrer que : $u_n\neq 5$; $\forall n\in\mathbb{N}$

2) On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\frac{1}{u_n-5}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison r et son premier terme

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) En déduire u_n en fonction de n

5) On pose : $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}$; Calculer : S_n en fonction de n

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien