

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (2pts) Montrer que : $\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \tan 3x \times \tan x$

Exercice2 : (3pts) : (1,5pt+1,5pt)

1) Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'équation : $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$

2) Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation : $\sqrt{3} \cos x - \sin x \geq 1$

Exercice3 : (6pts) : (1pt+1,5pt+1,5pt+2pt)

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

1) Déterminer : D_f le domaine de définition de la fonction f

2) Résoudre dans D_f l'équation : $f(x) = (\sqrt{2} - 1)^2$

3) Montrer que : $\forall x \in D_f : f(x) = \left(\tan\left(\frac{x}{2}\right) \right)^2$

4) Calculer : $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et en déduire que : $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$

Exercice4 : (3pts) : (1,5pt+1,5pt)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et : $u_{n+1} = u_n + 1 - \sqrt{u_n^2 + 1} ; \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} ; 0 < u_n < 1$ 2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice5 : (6pts) : (1pt+2pt+1pt+1pt+1pt)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_{n+2} = \frac{1}{3}(4u_{n+1} - u_n) \\ u_0 = 2 ; u_1 = 3 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}$

On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par : $v_n = u_n - u_{n-1} ; \forall n \in \mathbb{N}^*$

1) Calculer : $u_2 ; u_3 ; v_1$ et v_2

2) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) Calculer la somme : $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} v_k = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ en fonction de n

5) En déduire : u_n en fonction de n

PROF: ATMANI NAJIB C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

