1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (3pts) : $(1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

Montrer que : 1) $1-\cos x+\sin x=2\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)$

2) si $\alpha\in\mathbb{R}$ et $\sin\alpha\neq-1$ alors : $\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}=\tan^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$

Exercice2 : (3pts) : $(1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

Calculer : 1) $\cos\frac{7\pi}{12}\times\cos\frac{5\pi}{12}$ 2) $\sin\frac{7\pi}{12}\times\cos\frac{5\pi}{12}$

Exercice3 : $(1{,}5\text{pt})$ Linéariser : $2\cos^2 x\times\sin 2x$

Exercice4 : $(1{,}5\text{pts})$: Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\forall n\in\mathbb{N}$: $u_n=3n^2+6n-4$

Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée

Exercice5 : (7pts) : $(1\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites définies par : $\begin{cases}u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-2\\ v_{n+1}=v_n-\frac{1}{2}u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}\\ u_0=-3\ ;\ v_0=0\end{cases}$

1) Calculer : u_1 ; v_1 u_2 ; et v_2

2) Montrer que : $u_n\geq-4$: $\forall n\in\mathbb{N}$ et que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante

3) On pose : $a_n=u_n+4$ et $b_n=v_n-u_n$; $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Montrer que : $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme et écrire a_n en fonction de n

b) Montrer que : $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont en déterminera la raison et le premier terme et écrire b_n en fonction de n

c) En déduire : u_n et v_n en fonction de n

d) Montrer que : $v_n\succ n$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

Exercice6 : (4pts) : $(1{,}5\text{pt}+1\text{pt}+1{,}5\text{pt})$

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases}u_{n+1}=\frac{u_n}{\sqrt{u_n+2}} \quad \forall n\in\mathbb{N}\\ u_0\in]-1;0[\end{cases}$

1) Montrer que $-1\prec u_n\prec 0 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

2) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite strictement croissante

3) Montrer que $u_{n+1}\geq\frac{u_n}{\sqrt{u_n+2}} \quad \forall n\in\mathbb{N}$ et en déduire que : $u_n\geq\frac{u_0}{\left(\sqrt{u_0+2}\right)^n} \quad \forall n\in\mathbb{N}$

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron: Dit un proverbe.*

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien