1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : $(6,5\text{pts})$: $(2,5\text{pt}+1\text{pt}+1,5\text{pt}+1,5\text{pt})$

Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $A(x)=\cos 3x-3\sin x+3\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

1) Calculer : $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et calculer $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

2) En déduire une écriture simple de $A(x)$

3)a) Résoudre dans $I=[-\pi;\pi]$ l'équations : $A(x)=\frac{1}{2}$

b) Résoudre dans I l'inéquation : $A(x)\leq\frac{1}{2}$

Exercice2 : $(3\ ,5\text{pts})$: $(2,5\text{pt}+1\text{pt})$ Soit : $\theta\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $3\sin\theta+5\cos\theta=5$

1) Monter que : $5\sin\theta-3\cos\theta=3$

2) Déduire la valeur de : $\cos\theta$ et $\sin\theta$

Exercice3 : (5pts) : $(1,5\text{pt}+1,5\text{pt}+2\text{pt})$ Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{8(u_n-1)}{u_n+2} & \forall n\in\mathbb{N} \\ u_0=3 \end{cases}$$

1) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 2 2) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par 4

3) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Exercice4 : (5pts) : $(1,5\text{pt}+1,5\text{pt}+2\text{pt})$ Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :

$u_1=1$ et $u_{n+1}=\dfrac{12u_n}{9+u_n^4}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*$

1) Soit la fonction f tel que : $f(x)=\dfrac{12x}{9+x^4}$

On suppose que : f est croissante sur $\left[-\sqrt{\sqrt{3}};\sqrt{\sqrt{3}}\right]$ et f est décroissante sur $\left]-\infty;-\sqrt{\sqrt{3}}\right]$ et $\left[\sqrt{\sqrt{3}};+\infty\right[$ a) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $1\leq u_n\leq\sqrt{\sqrt{3}}$

b) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$

2) On pose : $v_n=\dfrac{u_n}{n!}+\sqrt{\sqrt{3}}$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

Vérifier que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$ $\dfrac{2}{9+u_n^4}\leq\dfrac{1}{5}$ et en déduire La monotonie de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$

PROF: ATMANI NAJIB *C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*