

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

**CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES**

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

**Exercice1** : (3pts) : (2pt + 1pt) 1) Calculer les expressions suivantes :

$$A = \cos \frac{\pi}{12} \times \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \times \sin \frac{5\pi}{12} \quad ; \quad B = \cos \frac{\pi}{12} \times \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \times \sin \frac{5\pi}{12}$$

2) Montrer que :  $\cos \frac{\pi}{18} - \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{18} = 2 \cos \frac{7\pi}{18}$

**Exercice2** : (2pts) Résoudre dans  $[0; 2\pi]$  l'équation :  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{3}$

**Exercice3** : (5pts) : (1pt + 1,5pt + 2,5pt)

Soit  $f$  la fonction numérique définie par :  $f(x) = \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x - \sin x - \sqrt{3} \cos x + 2$

1) Calculer :  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

2) Montrer que :  $f(x) = (\sin x + \sqrt{3} \cos x)(\sin x + \sqrt{3} \cos x - 1)$

3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équations :  $f(x) = 0$

**Exercice4** : (3,5pts) : (1,5pt + 1,5pt + 0,5pt)

Soit la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n + 1}{2}}$  ;  $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : la suite  $(u_n)$  est minorée par 0

2) Montrer que : la suite  $(u_n)$  est majorée par 1

3) Que peut-on dire de la suite  $(u_n)$  ?

**Exercice5** : (6,5pts) : (1pt + 1pt + 1,5pt + 1,5pt + 1,5pt) 1) On pose :  $f(x) = \frac{x^2}{1-2x^2}$  ;  $\forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$

a) Montrer que la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $\left[0; \frac{1}{2}\right]$

b) Montrer que :  $\forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$  ;  $0 < \frac{x^2}{1-2x^2} < \frac{1}{2}$

2) On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0 = a$  et  $a \in \left]0; \frac{1}{4}\right]$  :  $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{1-2u_n^2}$  ;  $\forall n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}$  :  $0 < u_n < \frac{1}{4}$  b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est strictement décroissante.

c) Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}$  ;  $u_{n+1} \leq \frac{2}{7} u_n$

PROF: ATMANI NAJIB

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

