

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée : 2 heures (La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice1 : (5pts) : (2pt + 1pt + 1pt + 1pt)

Soit $x \neq k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

1) Montrer que : $\cos(x) \times \cos(2x) \times \cos(4x) = \frac{\sin(8x)}{8\sin(x)}$

2) Calculer : a) $\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \times \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) \times \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right)$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{9}\right) \times \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) \times \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)$

c) $\sin\left(\frac{\pi}{18}\right) \times \sin\left(\frac{5\pi}{18}\right) \times \sin\left(\frac{7\pi}{18}\right)$

Exercice2 : (5pts) : (1,5pt + 1,5pt + 2pt)

Soit $x \in \mathbb{R}$ on pose : $A(x) = \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x + 3 \cos x - \sqrt{3} \sin x$

1) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : A(x) = 2(2 \cos x - \sqrt{3}) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $A(x) = 0$

3) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'inéquation : $A(x) > 0$

Exercice3 : (5,5pts) : (1,5pt + 1pt + 1,5pt + 1,5pt)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et : $u_{n+1} = \frac{2u_n^3}{3u_n^2 + 1} ; \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : la suite (u_n) est minorée par 0

2) Etudier la monotonie de la suite (u_n)

3) a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} \leq \frac{1}{2} u_n$

b) Dédurre que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Exercice4 : (4,5pts) : (1,5pt + 1pt + 1pt + 1pt)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :
$$\begin{cases} u_{n+2} = \frac{1}{27}(12u_{n+1} - u_n) \\ u_0 = 2 ; u_1 = \frac{4}{9} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Et on considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $v_n = u_n - \frac{1}{3^n} ; \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $u_{n+1} = \frac{1}{9} u_n + \frac{2}{3^{n+2}} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2) a) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme

b) Ecrire v_n et u_n en fonction de n

c) Calculer la somme : $s_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

