http://www.xriadiat.com **DS3: B** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Devoir surveiller n°3 sur les leçons suivantes :

CALCUL TRIGONOMETRIQUE et LES SUITES NUMERIQUES

Durée :2 heures (La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : (3 pts) : $(1,5pt+1,5pt)$

1) Soit $\alpha \in \left]\frac{3\pi}{2};2\pi\right[$ tel que : $\sin\alpha = -\frac{12}{13}$; Calculer : $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$

2) Soit $\alpha \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ et $\beta \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ Tel que : $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ et $\sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$

Montrer : $\alpha+\beta = \frac{\pi}{4}$

Exercice2 : (6pts) : $(1,5pt+1,5pt+1,5pt+1,5pt)$

Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $a=\cos x+\cos 3x$ et $b=\sin x+\sin 3x$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $a^2+b^2=4\cos^2(2x)$

2) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $a=2\cos x\times\cos 2x$ et $b=-2\sin 2x\times\cos x$

b) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $a+b=2\sqrt{2}\cos x\times\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$

3) Résoudre dans $[0;\pi]$ l'équation : $\cos x+\sin x+\cos 3x+\sin 3x=0$

4) Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation : $\cos x+\sin x+\cos 3x+\sin 3x<0$

Exercice3 : (3pts) : $(1,5pt+1,5pt)$: Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{7u_n}{2u_n+1} & \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1 et majorée par 3.

Exercice4 : (2pts) : $(1pt+1pt)$: Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n-1} & \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1) Calculer : u_1 ; u_2

2) Déterminer u_{n+2} en fonction de u_n et que peut-on déduire ?

Exercice5 : (6pts) : $(1pt+2pt+1pt+1pt+1pt)$

Soit la suite (u_n) définie par : $u_0=1$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ où $f(x)=\frac{1}{x+1}$

1) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}^+$

2) On pose : $\alpha_n = u_{2n+1}$ et $\beta_n = u_{2n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Montrer que la suite (α_n) est croissante et que la suite (β_n) est décroissante

b) Montrer que : $\alpha_n \le \beta_n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

3) Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$ $\frac{1}{2}\le u_n\le 1$

4) Montrer que : $|u_{n+1}-u_n|\le\frac{1}{n}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien