http://www.xriadiat.com **DS2: K** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction : Devoir surveiller n°2 sur les leçons suivantes :

BARYCENTRE et TD-PRODUIT SCALAIRE DANS $\mathcal{V}_2$

Durée :2 heures

Exercice1 : (8pts) : $(1\text{pts}+1,5\text{pts}+2\text{pts}+1,5\text{pts}+1,5\text{pts}+0,5\text{pts})$

Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x)=\sqrt{x+1}$ et $f(x)=\frac{x}{x+2}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_h tel que : $h=g\circ f$

2) Déterminer les tableaux de variations de f et g

3) a) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Résoudre graphiquement sur $[-1;+\infty[$ l'inéquation : $x>(x+2)\sqrt{x+1}$

4) Étudier les variations de h sur : $]-\infty;-2[$ et $[-1;+\infty[$

5) Calculer $h(x)=(g\circ f)(x)\ \forall x\in D_h$

Solution : $g(x)=\sqrt{x+1}$ et $f(x)=\frac{x}{x+2}$ et $h=g\circ f$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x+2\neq 0\}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\neq -2\}=\mathbb{R}-\{-2\}=]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$

$D_g=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x+1\geq 0\}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\geq -1\}=[-1,+\infty[$

$D_h=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in D_f\ \text{et}\ f(x)\in D_g\}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\neq -2\ \text{et}\ f(x)\geq -1\}$

$f(x)\geq -1\Leftrightarrow \frac{x}{x+2}\geq -1\Leftrightarrow \frac{x}{x+2}+1\geq 0\Leftrightarrow \frac{x+x+2}{x+2}\geq 0\Leftrightarrow \frac{2x+2}{x+2}\geq 0$

x	$-\infty$	-2		-1	$+\infty$
$2x+2$	$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{2x+2}{x+2}$	$+$	‖	$-$	0	$+$

$f(x)\geq -1\Leftrightarrow x\in]-\infty;-2[\cup[-1;+\infty[$

Donc : $D_h=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\neq -2\ \text{et}\ x\in]-\infty;-2[\cup[-1;+\infty[\ \}$

Donc : $D_h=]-\infty;-2[\cup[-1;+\infty[$

1) Déterminons les tableaux de variations de f et g

→Le tableau de variations de f : $f(x)=\frac{x}{x+2}$

En générale si : $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ et $c\neq 0$ alors (C_f) est une hyperbole de centre $C\left(-\frac{d}{c};\frac{a}{c}\right)$ et

d'asymptotes les droites d'équations : $x=-\frac{d}{c}$ et $y=\frac{a}{c}$

Dans notre exercice on a : $f(x)=\frac{x}{x+2}$ donc (C_f) est une hyperbole de centre $C(-2;1)$ et

d'asymptotes les droites d'équations $x=-2$ et $y=1$

$f(x)=\frac{1x+0}{1x+2}$: on a : $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix}=2-0=2>0$

Donc : f est strictement croissante sur : $]-\infty;-2[$ et $]-2;+\infty[$

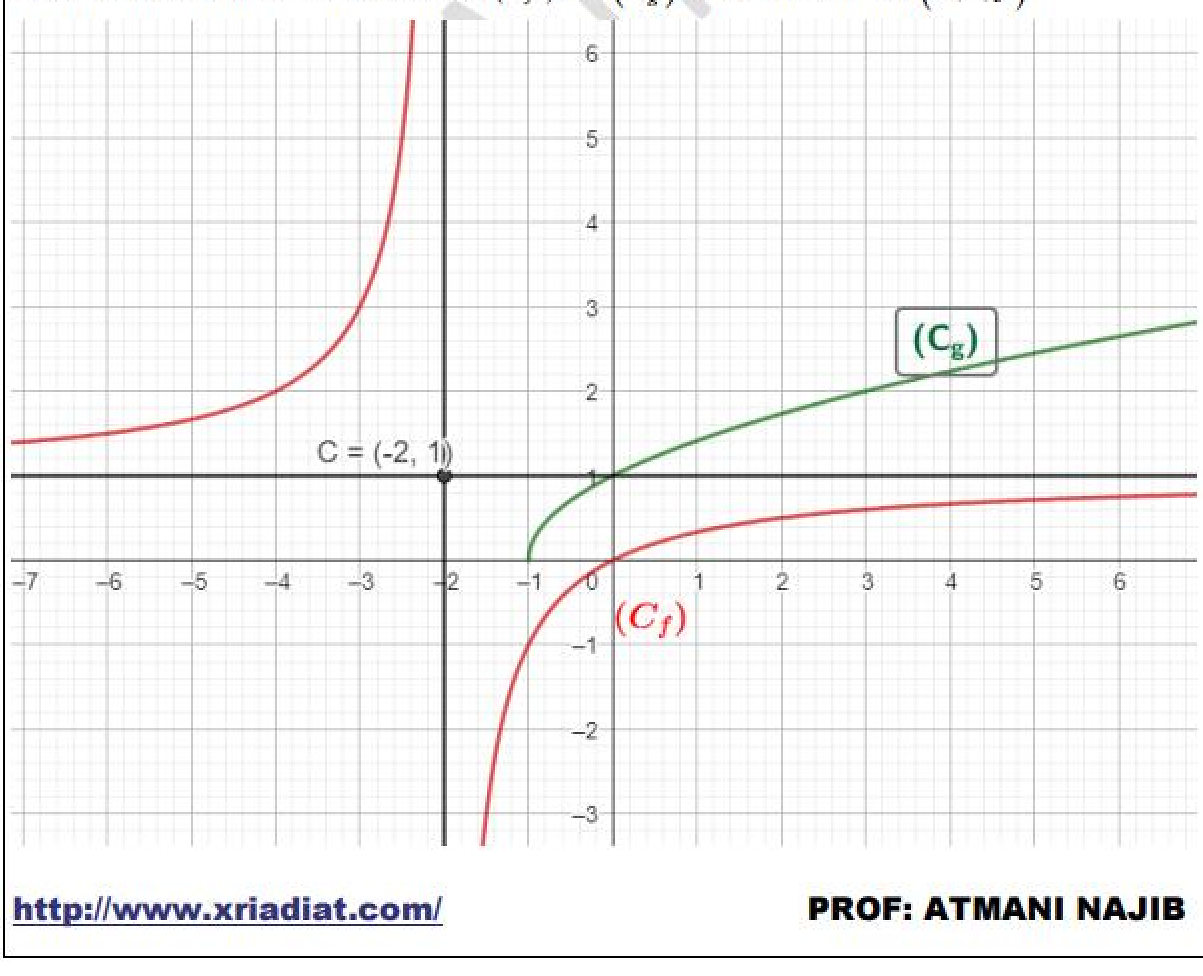
x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	‖	$\nearrow$

$\rightarrow g(x)=\sqrt{x+1}$; g est strictement croissante sur : $[-1;+\infty[$

Le tableau de variations de g :

x	-1	$+\infty$
$g(x)$	0	$\nearrow$

3) a) Représentation des courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$



b) Résolvons graphiquement sur $[-1;+\infty[$ l'inéquation : $x>(x+2)\sqrt{x+1}$

Soit : $x\in[-1,+\infty[\ :\Rightarrow x\geq -1\Rightarrow x+2\geq 1>0$

$x>(x+2)\sqrt{x+1}\Leftrightarrow \frac{x}{(x+2)}>\sqrt{x+1}$ car $x+2>0$

$x>(x+2)\sqrt{x+1}\Leftrightarrow f(x)>g(x)$

Et puisque : graphiquement sur $[-1;+\infty[$ (C_f) est au-dessous de (C_g) alors : $S=\varnothing$

4) →Etudions les variations de $h=g\circ f$ sur : $]-\infty;-2[$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	‖	$\nearrow$

x	-1	$+\infty$
$g(x)$	0	$\nearrow$

Puisque f est croissante sur $]-\infty;-2[$

et $f([-2;+\infty[)\subset]1;+\infty[$ et g est croissante sur $]1;+\infty[$

alors : $h=g\circ f$ est croissante sur $]-\infty;-2[$

→Etudions les variations de h sur : $[-1;+\infty[$

Puisque f est croissante sur $[-1;+\infty[$

et $f([-1;+\infty[)\subset[-1;1[$ et g est croissante sur $[-1;1[$ alors $h=g\circ f$ est croissante sur $[-1;+\infty[$

5) Calculons : $h(x)=(g\circ f)(x)\ \forall x\in D_h$

Soit $x\in]-\infty;-2[\cup[-1;+\infty[$: $h(x)=(g\circ f)(x)=g(f(x))=\sqrt{f(x)+1}=\sqrt{\frac{x}{x+2}+1}=\sqrt{\frac{2x+2}{x+2}}$

Alors : $h(x)=\sqrt{\frac{2x+2}{x+2}}$; $\forall x\in]-\infty;-2[\cup[-1;+\infty[$

Exercice2 : (8,5pts) : $(1\text{pt}+1,5\text{pt}+2,5\text{pt}+1\text{pt}+0,5\text{pt}+1\text{pt}+1\text{pt})$

ABC est un triangle du plan tel que $AB=10\ cm$, $BC=12\ cm$ et $AC=14\ cm$ et I, J et K sont tels

que : $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AK}=\frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$. On note *L* le milieu de $[AB]$.

1) Faire un schéma et construire *I*, *J*, *K* et *L*.

2)Exprimer : I comme barycentre de *A* et *B* ; *J* comme barycentre de *C* et *B* ;

K comme barycentre de *C* et *A*.

3) En utilisant *H* le barycentre de $\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\gamma)\}$ où α, β et γ sont des réels que vous choisirez convenablement, montrer que les droites (AJ), (BK) et (CI) sont concourantes.

4) Montrer que si *a*, *b* et *c* sont des réels de **somme nulle** alors le vecteur $a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}$ est un vecteur constant, c'est-à-dire ce vecteur ne dépend pas du point *M*.

2) Déterminer et représenter les ensembles de points suivants avec des couleurs différentes :

a) Ensemble (ξ_1) des points *M* du plan tels que $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right\|=45$.

b) Ensemble (ξ_2) des points *M* du plan tels que $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|4,5\overrightarrow{MA}+4,5\overrightarrow{MB}\right\|$.

c) Ensemble (ξ_3) des points *M* du plan tels que $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}$ est orthogonal à $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$.

Exercice3 : (3,5pts) : $(1\text{pts}+1\text{pts}+1,5\text{pts})$

Soient le cercle :($\mathcal{C}$) d'équation : $x^2+y^2-2x-4y-4=0$ et la droite (D) d'équation : $(D):x+y-1=0$

1) Déterminer le centre et le rayon R du cercle ($\mathcal{C}$)

2) Construire ($\mathcal{C}$) et (D)

3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $(x^2+y^2-2x-4y-4)(x+y-1)\prec 0$

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien