http://www.xriadiat.com **DS2: J** PROF: ATMANI NAJIB

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction : Devoir surveiller n°2 sur les leçons suivantes :

Généralités sur les fonctions ; BARYCENTRE et TD-PRODUIT SCALAIRE DANS V_2

Durée :2 heures

Exercice1 : (5,5pts) : $(0{,}5pt+0{,}5pt+0{,}5pt+1pt+1pt+1pt+1pt)$

Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x-2\sqrt{x-2}+1$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que : $f(x)\geq 2$; $\forall x\in[2;+\infty[$

3) Soit : $h(x)=\sqrt{x-2}$

a) Dresser le tableau de variation de h

b) Déterminer : $h([2;3])$; $h([3;+\infty[)$

4) a) Déterminer une fonction polynôme de degré 2 ; tel que : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$

b) En déduire les variations de f

c) Déterminer le tableau de variation de $\frac{1}{f}$

Solution :1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-2\geq 0\}=[2;+\infty[$

2) $f(x)\geq 2\Leftrightarrow x-2\sqrt{x-2}+1\geq 2\Leftrightarrow x-1-2\sqrt{x-2}\geq 0\Leftrightarrow x-1\geq 2\sqrt{x-2}\Leftrightarrow (x-1)^2\geq 4\left(\sqrt{x-2}\right)^2$ car

$x\in[2;+\infty[$ donc : $x\in[1;+\infty[$ et donc : $x-1\geq 0$

$f(x)\geq 2\Leftrightarrow x^2-2x+1\geq 4(x-2)\Leftrightarrow x^2-6x+9\geq 0\Leftrightarrow (x-3)^2\geq 0$ (Vraie)

Donc : par équivalence on a : $f(x)\geq 2$; $\forall x\in[2;+\infty[$

3) Soit : $h(x)=\sqrt{x-2}$

a) le tableau de variation de h :

x	2	$+\infty$
h	0	$\nearrow$ $+\infty$

b) Déterminons : $h([2;3])$; $h([3;+\infty[)$

$h([2;3])=[0;1]$ et $h([3;+\infty[)=[1;+\infty[$

4) a) Déterminons une fonction polynôme de degré 2 ; tel que : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$

$f(x)=x-2\sqrt{x-2}+1=x-2-2\sqrt{x-2}+3=\left(\sqrt{x-2}\right)^2-2\sqrt{x-2}+3=(h(x))^2-2h(x)+3$

On pose : $g(x)=x^2-2x+3$

Donc : $f(x)=g(h(x))$

Donc : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$ avec : $g(x)=x^2-2x+3$

b) Déduction des variations de $f=g\circ h$:

On a : $g(x)=x^2-2x+3$ le tableau de variation de g est:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$\searrow$	2	$\nearrow$

• Puisque h est décroissante sur $[2;3]$ et $h([2;3])=[0;1]$ et g est décroissante sur $[0;1]$ alors $f=g\circ h$ est décroissante sur $[2;3]$

• Puisque h est croissante sur $[3;+\infty[$ et $h([3;+\infty[)=[1;+\infty[$ et g est croissante sur $[1;+\infty[$ alors $f=g\circ h$ est croissante sur $[3;+\infty[$

c) Déterminons le tableau de variation de $\frac{1}{f}$:

• $\forall a\in[2;3]$ et $\forall b\in[2;3]$: $a\leq b\Rightarrow f(a)\geq f(b)\geq 2\Rightarrow \frac{1}{f(a)}\leq\frac{1}{f(b)}$

Alors $\frac{1}{f}$ est croissante sur $[2;3]$

• $\forall a\in[3;+\infty[$ et $\forall b\in[3;+\infty[$: $a\leq b\Rightarrow f(a)\leq f(b)\Rightarrow \frac{1}{f(a)}\geq\frac{1}{f(b)}$

Alors $\frac{1}{f}$ est décroissante sur $[3;+\infty[$

Exercice2 : (8pts) : $(1{,}5pt+1{,}5pt+1{,}5pt+1pt+1pt+1pt+0{,}5pt)$

Partie A : Soit A , B et C trois points non alignés du plan.

1) Justifier que les systèmes $\{(A,3),(B,-2),(C,1)\}$ et $\{(A,3),(B,-2),(C,3),(C,-2)\}$ admettent un barycentre et qu'il s'agit du même barycentre que l'on notera G .

2) On note I le milieu de $[AC]$ et J celui de $[BC]$. Montrer que $G=\text{bar}\{(I,3),(J,-2)\}$.

3) On note K le milieu de $[AI]$. Montrer que les droites (BK) et (IJ) se coupent en G puis le placer sur une figure.

4) Monter que le quadrilatère $ABIG$ est un parallélogramme.

Partie B :

1) a) Soit *M* un point quelconque du plan. Justifier que le vecteur $\vec{V}=\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ est un vecteur constant puis montrer que pour tout point M du plan, $\vec{V}=2\overrightarrow{BI}$.

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points *M* du plan tels que : $\|\vec{V}\|=\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$.

2) a) Déterminer l'ensemble (Δ) des points *M* du plan tels que :

$\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$.

b) Construire (Δ) .

Exercice3 : (6,5pts) : $(1{,}5pts+1{,}5pts+1{,}5pts+1pts+1pts)$

le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère $\mathcal{R}(O;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé. On considère la famille de courbes (C_m) dont une équation est : $(C_m): x^2+y^2-(m+2)x-(m+6)y+4m+10=0$

(C_m) L'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : avec m Paramètre réel

1) Construisez et caractériser : (C_{-4}) ; (C_{-2}); (C_0)

2) Montrer que, quel que soit le réel m : (C_m) passent par un point fixe I dont on déterminera les Coordonnées

3)a) Déterminez la condition sur m pour que (C_m) soit l'équation d'un cercle. Déduisez-en les Coordonnées des centres Ω_m de ces cercles)

b) Déterminer l'ensemble des centres Ω_m lorsque $m\in\mathbb{R}$

4)Montrez que tous les cercles (C_m) ont la même tangente en A. Déterminez une équation

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien